

Istruzioni generali.

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,4142 \quad \sqrt{3} = 1,7321 \quad \sqrt{5} = 2,2361 \quad \pi = 3,1416$$

Scadenze importanti.

- 10 minuti dall'inizio: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista). La scelta deve essere effettuata consegnando l'apposito cartellino al tavolo della giuria.
- 30 minuti dall'inizio: termine ultimo per fare domande sul testo. Le domande devono essere rivolte solo dai capitani al tavolo delle domande.
- 120 minuti dall'inizio: termine della gara.

Valore iniziale dei problemi.

- Ogni problema ha un valore iniziale di 10 punti.

31 marzo 2015
Gara a Squadre – Testi dei problemi

1. **Apertura del Ratatouille.** Chiuso il ristorante “Da Gusteau”, Linguini e Colette ne hanno aperto un nuovo: “Il Ratatouille”. È un locale molto più piccolo ma se ben sistemato farà al caso loro. Decidono subito di fare qualche miglioria per renderlo più accogliente. La sala ristorante sarà ricavata abbattendo le pareti divisorie interne. Una volta abbattute le pareti si accorgono che queste formavano triangoli equilateri ABC , DEF , GHI dove C ed F giacciono su BD , F ed I giacciono su EG e C ed I giacciono su AH . Inoltre $AB = 2 \cdot FC$, $DE = 3 \cdot FC$, $GH = 4 \cdot FC$. Infine l’area della stanzetta FCI è 3 m^2 . Quanti metri quadrati misura la superficie della sala esagonale $ABGHDE$ da pavimentare?
2. **Passatempi matematici 1.** Questa mattina Linguini, in attesa di aprire il locale ai clienti, ha ingannato il tempo affrontando un quesito matematico che casualmente ha trovato sull’ultimo numero della rivista di cucina “Ai fornelli con Gusteau”. Sapendo che a, b, c sono tre numeri interi positivi tali che $a \cdot b = 57$ e $b \cdot c = 62$, quanto vale la somma $a^2 + b^2 + c^2$?
3. **Il goloso Emile.** Se fosse per Emile, la dispensa del Ratatouille sarebbe sempre vuota! Così, per limitare il goloso fratello, Rémy ha escogitato un trucco. Ogni sera pone un problema ad Emile: se lo risolve allora Rémy gli serve dalla dispensa un bel pezzo di formaggio prelibato, altrimenti Emile deve accontentarsi degli avanzi del ristorante. L’ultimo quesito è veramente difficile ed Emile è stufo degli avanzi! Col vostro aiuto forse questa sera avrà il suo bel pezzo di formaggio. Ecco il quesito: qual è l’unico numero naturale n tale che $n + 12$ ed $n - 77$ sono entrambi quadrati di numeri interi?
4. **Tutti a cena fuori.** In questi ultimi anni si è snellita la procedura per aprire un nuovo ristorante e da un’indagine è emerso che, se indichiamo con $f(x)$ il numero di nuovi ristoranti aperti a Parigi dopo x giorni dalla fondazione del Club dei Topi Ristoratori, tale legge rispetta la seguente proprietà:
$$f(x)f(y) - f(xy) = x + y$$
Quanti ristoranti saranno stati aperti dopo 5400 giorni?
5. **Arrivano gli amici.** Rémy vuol far conoscere a Linguini i suoi 12 amici più cari ma ... sono tutti uguali ed ha paura che Linguini faccia confusione. Allora fa indossare loro una maglietta con un bel numero grande stampato davanti: i numeri sono tutti distinti e vanno da 1 a 12. Fa disporre gli amici tutti su una fila col numero sulla maglietta bene in vista, ma non a caso, bensì usando il seguente criterio: guardando solo quelli con i numeri dispari sono disposti in ordine crescente da sinistra a destra, guardando solo quelli con i numeri pari sono disposti in ordine crescente sempre da sinistra a destra. In quanti modi Rémy può mettere in fila i suoi amici?
6. **Buon compleanno Emile** Per festeggiare il compleanno di Emile, Rémy ha preparato una torta a base triangolare ABC e, per tagliare le fette, fa sfoggio delle sue conoscenze matematiche. La fetta destinata ad Emile ha la base triangolare di area 80 cm^2 ed è ricavata tagliando la torta lungo i segmenti CQ e QN essendo M, N, P, Q i punti medi di BC , AC , AM , CP , rispettivamente. Quanto misura l’area di base dell’intera torta, espressa in cm^2 ?

7. **Problema di numeri civici.** *Rue des rats*, la via dove si trova il Ratatouille, ha una strana numerazione: sono usati solo i numeri palindromi di quattro cifre in ordine crescente. Rémy sa che i ristoranti possono avere solo un numero civico multiplo di 17. Quanti sono al massimo i ristoranti in *Rue des rats*?
 (Un numero intero è *palindromo* se coincide con il numero letto da destra a sinistra, ad esempio 1221 è un numero *palindromo* di quattro cifre).
8. **Passatempi matematici 2.** Forse la geometria gli è più congeniale e il problema che Linguini si accinge a risolvere è il seguente: sia $ABCD$ un rombo con $D\hat{A}B = 60^\circ$ e lato $AB = 6$ m. Sulla perpendicolare al piano del rombo passante per D si prenda un punto V tale che $VD = 4$ m. Calcolare la distanza (in cm) del vertice B dal piano su cui giace il triangolo AVC .
9. **Il segreto di Gusteau.** Ieri Colette ha deciso di cucinare l'arrosto alla Gusteau consultando il ricettario segreto dello chef. Con sua enorme sorpresa ha trovato che il tempo di cottura era celato da un enigma: il tempo di cottura ideale, in minuti, è il più grande intero positivo uguale a 12 volte la somma delle sue cifre. Qual è il tempo di cottura (in minuti) dell'arrosto alla Gusteau?
10. **Al mercato si risparmia.** Questa mattina Colette si è recata al mercato per fare provvista di mele e pere ed ha speso 13.30 euro. Una mela costa 15 centesimi mentre una pera costa 28 centesimi. Colette si accorge di avere acquistato più pere che mele. Scrivere il prodotto del numero di mele e del numero di pere acquistate da Colette.
11. **Problemi di tovaglie.** La creativa Colette vuole disporre una tovaglia nuova su ciascuno dei tavoli del ristorante. Per risparmiare acquista della stoffa di colore uniforme e decide di realizzare delle stampe a colori vivaci sulle tovaglie. Ha a disposizione due sagome di forma circolare di raggi 36 cm e 48 cm che per fortuna fanno al caso suo. Ogni tovaglia ha la forma di un rettangolo $ABCD$. Indicato con E il punto medio di BC , Colette dispone la sagoma più piccola in modo che sia inscritta nel triangolo AED e quella più grande in modo che sia inscritta nel triangolo ABE . Quanti decimetri quadrati di stoffa sono necessari per realizzare le 25 tovaglie?
12. **W la cioccolata.** Il libro di ricette di Gusteau dal titolo “Chiunque può cucinare” è molto originale. Addirittura per poter leggere alcune ricette occorre anche “saper di matematica”. In una sua famosa ricetta Gusteau suggerisce il modo di preparare una squisita cioccolata e riporta le dosi per 100 porzioni. Tutto è molto chiaro ma al momento di indicare quanti cucchiai di zucchero si devono utilizzare egli dice che tale numero ABC verifica l’uguaglianza

$$ABC = D^2 + E^2 + F^2 + G^2 + H^2 + I^2$$

dove $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ sono tutte le cifre da 1 a 9 scritte una e una sola volta ed ABC vuol dire $100 \cdot A + 10 \cdot B + C$. Quanti cucchiai di zucchero si devono utilizzare?

13. **Il contabile.** Al ristorante i responsabili della cucina sono Colette e Rémy, mentre il timido Linguini si occupa del servizio ai tavoli. Purtroppo, però, non c'è nessuno che si occupi dell'incasso del Ratatouille ... quindi viene deciso di assumere un contabile. Per scegliere tra i candidati Rémy ha chiesto loro di calcolare la seguente somma:

$$\frac{1}{2 \cdot [\sqrt{1}] + 1} + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{2}] + 1} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{9999}] + 1}$$

dove $[x]$ rappresenta la parte intera del numero reale x . Il primo che darà la soluzione corretta sarà assunto. Qual è la soluzione corretta?

14. **Le spezie di Colette.** Colette ha fatto una grande provvista di peperoncino e zafferano. Ha pensato di decorare una mensola usando dieci barattoli di vetro: ogni giorno riempie ciascun barattolo di peperoncino o di zafferano e li mette in fila sulla mensola. Dato che le piace il colore dello zafferano fa sempre in modo che ci siano almeno due barattoli di zafferano vicini. Colette fa anche in modo che ogni giorno la decorazione sia diversa. Dopo quanti giorni sarà costretta ad usare una decorazione per la seconda volta?
15. **Cassiere maldestro!** Il diligente cassiere del Ratatouille annota sul registro tutti gli incassi e di solito la domenica fa i totali degli incassi della settimana. Sfortunatamente ha perso il registro e quando Luigini gli chiede le somme incassate nelle ultime due settimane rimane mortificato: ricorda solo che esse erano due numeri particolari $m = abab$ ed $n = cdcd$, numeri di quattro cifre nella notazione decimale. Aveva però notato una curiosità: $m + n$ era il quadrato di un numero intero. Qual è il più grande valore del prodotto $a \cdot b \cdot c \cdot d$?
16. **Prelibatezze al Ratatouille.** Ieri sera il famoso critico gastronomico Ego ha cenato al ristorante. Il menù del giorno riportava 7 specialità diverse con i prezzi (tutti diversi) che andavano da 3 a 9 euro. Ego si è fatto portare, uno alla volta, 5 dei 7 piatti disponibili (non necessariamente differenti) ed ha speso esattamente 39 euro. In quanti modi differenti può essere stato servito?
17. **È tempo di nuove assunzioni!** Colette ha bisogno di un altro aiutante in cucina e per questo sottopone gli aspiranti "aiuto-cuoco" ad una prova geometrica per valutare ... il loro colpo d'occhio: sia ABC un triangolo rettangolo con ipotenusa BC , siano $D, E \in AB$ tali che $AD = 3$, $DE = 9$, $EB = 8$, $D\hat{C}E = A\hat{B}C$. Qual è l'area del triangolo CDE ?
18. **Al Ratatouille si mangia bene e si spende poco.** Ieri sera al Ratatouille ha cenato un'allegra comitiva di 41 persone composta da uomini, donne e bambini. Hanno pagato una somma complessiva di 160 euro. Se ogni uomo ha pagato 16 euro, ogni donna 12 euro, e ogni gruppo di 3 bambini ha cenato con 4 euro, si vuole sapere quanti uomini, donne e bambini facevano parte della comitiva, sapendo che il numero di bambini è un multiplo di 3. Dare come risposta il prodotto dei tre numeri trovati.

19. **Torneo di scacchi al Ratatouille.** Il ristorante Ratatouille ha organizzato “La settimana degli scacchi” invitando a partecipare i clienti più affezionati. Nel torneo ogni vittoria vale 3 punti, ogni pareggio vale 1 punto ed ogni sconfitta vale 0 punti. Rémy ha totalizzato 20 punti e non ha subito nessuna sconfitta, ma non si sa quante partite ha giocato. Quante sequenze ordinate di risultati Rémy può avere ottenuto? [Due possibilità, ad esempio, sono: (V, V, P, P, V, V, V, V) e $(V, P, V, P, V, P, V, V, P, P)$, dove V indica una vittoria e P un pareggio.]
20. **Appuntamento al Ratatouille.** Ieri era martedì e Skinner ed Ego erano al Ratatouille, ma sfortunatamente in cucina non c’era Colette, la loro cuoca preferita. Colette è una cuoca molto impegnata e va a cucinare al Ratatouille personalmente solo ogni 5 giorni, lasciando che negli altri se ne occupi il suo assistente apprendista. Oggi Ego ha telefonato al ristorante, gli ha risposto Colette e le ha chiesto di prenotare un tavolo per il primo venerdì in cui ci sarebbero stati tutti: Skinner, Ego e Colette (a cucinare) naturalmente! Colette, che sa che Ego viene al ristorante ogni 3 giorni e Skinner viene ogni 4 giorni, ha prontamente risposto: “Ci vediamo il prima possibile, tra … giorni”. Purtroppo un rumore dalle cucine ha coperto il numero pronunciato da Colette. Qual è tale numero?
21. **Pacco regalo!** Linguini, per ringraziare Rémy di tutto l’aiuto che gli ha dato, decide di fargli un bel regalo. Il contenitore ha la forma di un parallelepipedo con dimensioni x, y, z (misurate in decimetri) e siccome la scatola non è molto resistente decide di rinforzarla passando del nastro adesivo lungo tutti gli spigoli. Sapendo che
- $$\begin{cases} xy + xz = 17 \\ xy + yz = 20 \\ xz + yz = 27 \end{cases}$$
- quanti decimetri di nastro adesivo deve usare?
22. **Facciamo ordine in cucina.** Da oggi Colette ha imposto di tenere la cucina rigorosamente in ordine altrimenti … addio alle stelle Michelin! Gli strofinacci che usualmente erano appoggiati alla rinfusa da oggi dovranno sempre essere riposti nei cassetti. Vi sono 8 strofinacci rossi e 8 verdi che vanno riposti in 8 cassetti in modo che in ogni cassetto vi siano esattamente due strofinacci. In quanti modi possono essere riposti gli strofinacci?
23. **Un’allegra tavolata.** Dodici coppie (marito e moglie) sono sedute ad un tavolo circolare in modo che tutti gli uomini sono seduti vicini ed ogni donna è seduta di fronte al proprio marito dalla parte opposta del tavolo. Una donna ed un uomo seduti vicino possono scambiarsi di posto. Qual è il minimo numero possibile di scambi affinchè ciascun marito sia seduto al fianco della propria moglie?
24. **Il grande premio.** Grande gara di calcolo rapido al ristorante “Ratatouille”: cena gratis per due per il primo che troverà il più piccolo numero intero maggiore di 1 che non sia potenza di un primo e la cui fattorizzazione in numeri primi si possa scrivere utilizzando solo una cifra. Qual è la somma delle cifre di tale numero?

Gara Locale

31 marzo 2015

Risposte

Num.	Problema	Risposta
1	Apertura del Ratatouille	0114
2	Passatempi matematici 1	7094
3	Il goloso Emile	2013
4	Tutti a cena fuori	5401
5	Arrivano gli amici	0924
6	Buon compleanno Emile	1280
7	Problema di numeri civici	0005
8	Passatempi matematici 2	0240
9	Il segreto di Gusteau	0108
10	Al mercato si risparmia	0560
11	Problemi di tovaglie	7776
12	W la cioccolata	0236
13	Il contabile	0099
14	Le spezie di Colette	0880
15	Cassiere maldestro!	0600
16	Prelibatezze al Ratatouille	0210
17	È tempo di nuove assunzioni!	0054
18	Al Ratatouille si mangia bene e si spende poco	0495
19	Torneo di scacchi al Ratatouille	1278
20	Appuntamento al Ratatouille	0275
21	Pacco regalo!	0042
22	Facciamo ordine in cucina	1107
23	Un'allegra tavolata	0066
24	Il grande premio	0038